1. Tracer le nuage de la série (X, Y).

2. Déterminer le point moyen $G(\overline{X}, \overline{Y})$

3. Déterminer un ajustement affine par la méthode de Mayer.

4. Donner une estimation du nombre de médecin en Tunisie dans l'année 2010 ?

4 Le tableau suivant donne la répartition d'une population de 100 ménages selon les deux caractères X le nombre de pièces habitées et Y le nombre d'enfants.

X \ Y	0	1	2	3	4	Total
1	6	2	1	0	0	9
2	5	12	8	1	1	27
3	2	7	15	11	3	38
4	0	1	8	14	3	26
Total	13	22	32	26	7	100

1. a. Calculer la moyenne $\overline{X}$ et l'écart type σ_X de la variable X.

b. Calculer la moyenne $\overline{Y}$ et l'écart type σ_Y de la variable Y.

2. a. Calculer le coefficient de corrélation entre X et Y.

b. Un ajustement affine de la série (X, Y) est-il justifié ?

5 Le tableau ci-dessous donne la charge maximale Y, en tonnes, qu'une grue peut lever pour une longueur X, en mètres, de la flèche.

X	Y
9	1.4
10	1.25
12	1
14	0.84
16	0.7
18	0.62
20	0.55
22	0.5

1. Les réponses numériques à cette question seront données à 10^{-2} près.

a. Représenter le nuage de points dans un repère orthogonal.

b. Déterminer le coefficient de corrélation linéaire entre X et Y.

c. Déterminer une équation de la droite de régression de Y en X.

Construire cette droite sur le graphique précédent.

d. Utiliser cette équation pour déterminer la charge maximale que peut lever la grue avec une flèche de 23 mètres.

6 Le tableau suivant recense par clinique le nombre de postes du personnel non médical en fonction du nombre de lits de la clinique.

Clinique	Nombre de lits (X)	Nombre de postes (Y)
C_1	122	185
C_2	177	221
C_3	77	114
C_4	135	164
C_5	109	125
C_6	88	118
C_7	185	193
C_8	128	160
C_9	120	151
C_{10}	146	172
C_{11}	100	150

1. Représenter le nuage de points associé à la série statistique (X, Y) dans le plan rapporté à un repère orthogonal.

2. Déterminer le coefficient de corrélation linéaire entre X et Y.

3. Donner une équation de la droite de régression de Y en X .

Pour les coefficients, on prendra les valeurs décimales arrondies à 10^{-1} près.

Tracer cette droite dans le repère précédent.

4. Une clinique possède 35 lits.

En utilisant les résultats obtenus dans la question 3, combien devrait-elle embaucher de personnel occupant un poste non médical ?

7 A/ Un club sportif a été crée en 1999, à l'origine le nombre d'adhérents était égal à 600. On donne dans le tableau suivant le nombre d'adhérents de 1999 à 2005.

Année	Rang (X)	Nombre d'adhérents (Y)
1999	0	600
2000	1	690
2001	2	794
2002	3	913
2003	4	1045
2004	5	1207
2005	6	1380

On pose $Z = \ln Y$.

1. a. Vérifier qu'on peut réaliser un ajustement affine par la méthode des moindres carrés de la série (X, Z).

b. Déterminer une prévision du nombre d'adhérents en 2006.

2. Justifier que $Y \simeq 602 \times (1.15)^X$.

B/ En fait le club a compté 2400 adhérents lors de l'année 2006.

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}_+$ par

$$f(x) = \frac{3600}{1 + 0.5e^{-x}}$$

On suppose que le nombre d'adhérents en $(2006 + n)$ est égal à $f(n)$ où n est un entier naturel.

1. Déterminer la limite de $f(n)$ lorsque n tend vers $+\infty$ et interpréter le résultat.

2. a. Reproduire et compléter le tableau suivant :

Année	2007	2008	2009	2010	2011
n	1	2	3	4	5
$f(n)$	3040				

b. Calculer la moyenne M du nombre prévisionnel d'adhérents entre 2007 et 2011.

3. Calculer la valeur moyenne $\bar{f}$ de f sur l'intervalle $[0.5 , 5.5]$.

8 On a relevé la taille et le poids de 16 jeunes filles. Les résultats obtenus sont résumés dans le tableau suivant.

Tailles X (en cm)	Poids Y (en kg)
160	46
165	48
167	48
160	46
168	49
170	51
160	45
162	45
165	48
170	49
170	51
168	50
172	50
165	48
165	47
170	50

1. a. Construire, dans un repère orthogonal, le nuage de points de la série (X, Y).

b. Un ajustement affine est-il justifié ?

2. a. Déterminer le coefficient de corrélation entre X et Y.

b. Ecrire une droite de régression de Y en X.

c. Donner une estimation de la masse d'une jeune fille mesurant 180 cm.

3. Un journal de santé publie la loi de Lorentz qui donne une relation entre le poids M et la taille T pour une jeune fille, $M = (T - 100) - \frac{T - 130}{2}$.

Utiliser cette relation pour estimer la masse d'une jeune fille mesurant 180 cm.

Exercices et problèmes

9 Onze élèves de $7^{ème}$ année de base travaillent sur la proportionnalité.
Ils mesurent le rayon d'un disque puis évaluent l'aire de ce disque.
Les rayons, exprimés en cm, forme la série (X).

Les aires correspondantes, exprimées en cm^2, forment la série (Y).

Les résultat de cette expérience sont donnés dans le tableau suivant.

X (en cm)	Y (en cm^2)
2	12
2.5	20
3	28
3.5	38
4	50
4.5	64
5	78
5.5	95
6	113
6.5	133
7	154

1. Les deux séries sont-elles proportionnelles ?
2. On pose $Z = \sqrt{Y}$.
a. Construire, dans un repère orthogonal, le nuage de points de la série (X, Z).(les valeurs de Z seront arrondis à 10^{-1} près).
b. Calculer le coefficient de corrélation ρ_{XZ}.
Interpréter le résultat.
c. Déterminer une équation de la droite de régression de Z en X. (les coefficients seront arrondis à 10^{-1} prés).
d. En déduire une valeur approchée de π.

10 Une entreprise envisage la fabrication d'un nouveau produit.
Une étude a permis d'établir le tableau suivant où, pour différentes observations, X désigne la quantité de produit que la clientèle est disposée à acheter, et Y le prix de vente (en DT) d'une unité.

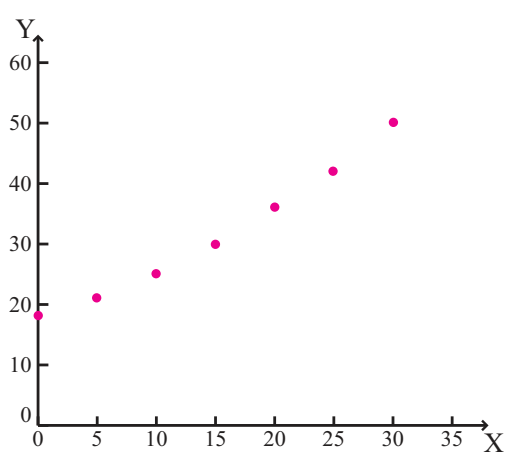
X	350	400	450	500	550	600
Y	140	120	100	95	85	70

1. Calculer le coefficient de corrélation ρ_{XY}.
2. Déterminer une équation de la droite de régression de Y en X. (les coefficients seront arrondis à 10^{-1} prés).
3. Soit $r(x)$ la recette correspondant à la vente de x articles au prix unitaire y.
a. Montrer que $r(x) = (226.5 - 0.3x)x$.
b. Etudier le variations de la fonction f définie sur $\mathbb{R}_+$ par $f(x) = -0.3x^2 + 226.5$.
c. En déduire le prix de vente pour lequel la recette est maximale. Calculer cette recette maximale.

11 Le tableau suivant donne la population d'une ville entre les années 1975 et 2005.

Année	Rang de l'année (X)	Population (en milliers d'habitants) (Y)
1975	0	18
1980	5	21
1985	10	25
1990	15	30
1995	20	36
2000	25	42
2005	30	50

Le nuage de points associé à ce tableau est représenté graphiquement ci-après.



A/ 1. Calculer le coefficient de corrélation entre X et Y.
2. a. Déterminer une équation de la droite de régression de Y en X.
b. Tracer cette droite sur le graphique ci-dessus.
c. En déduire une estimation de la population en 2008 à un millier prés.

B/ 1. L'allure du nuage suggère à chercher un ajustement par une fonction f définie sur $[0,+\infty[$ par $f(x)=ae^{bx}$ où a et b sont des réels.

Déterminer a et b tels que $f(0)=18$ et $f(30)=50$.

On donnera une valeur arrondie de b au millième.
2. Déduire de cet ajustement une estimation de la population en 2008 à un millier prés.
3. Tracer la courbe de f sur le même graphique.
4. La population en 2008 était de 55 milliers.
Lequel des deux ajustement vous semble le plus pertinent ? Justifier votre choix.

C/ On considère maintenant que, pour une année, la population est donnée en fonction du rang x par $f(x)=18e^{0.034x}$.

1. Calculer la valeur moyenne $\bar{f}$ de la fonction f sur $[0,30]$. On donnera le résultat arrondi au dixième.

2. A l'aide d'une lecture graphique, déterminer l'année au cours de laquelle la population atteint cette valeur moyenne.

12 Le tableau ci-dessous donne l'évolution de la population d'un pays de 1965 à 2000.
T désigne le rang de l'année et P la population en millions d'habitants.

Année	Rang de l'année (T)	P
1965	0	8
1970	5	8.9
1975	10	9.9
1980	15	11
1985	20	12
1990	25	13.5
1995	30	15
2000	35	16.6

A/ 1. Représenter le nuage de points associé à la série statistique (T,P) dans un repère orthogonal.

• Sur l'axe des abscisses, choisir 2 cm pour 5 unités (5 ans).
• Sur l'axe des ordonnées, placer 8 à l'origine, puis choisir 2 cm pour une unité (1 million d'habitants).
2. Les experts cherchent à modéliser cette évolution par une fonction f dont la courbe est voisine du nuage de points.
On pose $Y=\ln P$.

a. Donner une valeur approchée à 10^{-3} près par défaut du coefficient de corrélation linéaire de la série (T,Y).

b. Déterminer une équation de la droite de régression de Y en T. (Les coefficients seront arrondis à 10^{-3} près).
c. En déduire l'expression de la population P en fonction du rang T de l'année.

B/ On admet que la fonction f définie sur $[0,35]$ par $f(t)=8.e^{0.02t}$ est une modélisation satisfaisante de l'évolution de la population (en millions d'habitants) de 1965 à 2000.
1. Étudier le sens de variation de f sur $[0,35]$ et dresser le tableau de variation de f sur cet intervalle.
2. Construire la courbe représentative de f, notée (C), dans le repère de la partie A.

3. On pose $I=\int_0^{35} f(t)dt$.

a. Donner une valeur approchée de I arrondie à 10^{-2} près.
b. En déduire la population moyenne m du pays durant ces 35 années et la représenter sur le graphique.

4. Calculer le rapport $\frac{f(t+1)-f(t)}{f(t)}$ et en donner une interprétation en terme de pourcentage.
5. Si le modèle exponentiel étudié dans la partie B restait valable après 2000, en quelle année la population aurait-elle dépassé les 19 millions d'habitants ?

15 On étudie la croissance d'une plante à partir d'un instant considéré comme initial.
Le tableau ci-dessous indique le diamètre D de la tige après T semaines.

Temps T en semaines	Diamètre D en centimètres
0	0.4
2	1.2
6	5.4
8	5.8
10	6.4
12	6.9

1. Représenter le nuage de points associé à cette série statistique.

2. On pose $U = \ln\left(\frac{8}{D} - 1\right)$.

a. Calculer le coefficient de corrélation linéaire de la série (T, U).

b. Déterminer par les moindres carrés une équation de la droite d'ajustement de U en T.

c. Vérifier que pour cette plante, le diamètre de sa tige principale est donné par une relation de la forme $D(t) = \frac{8}{1 + ce^{-at}}$ où a et c sont deux réels que l'on précisera.

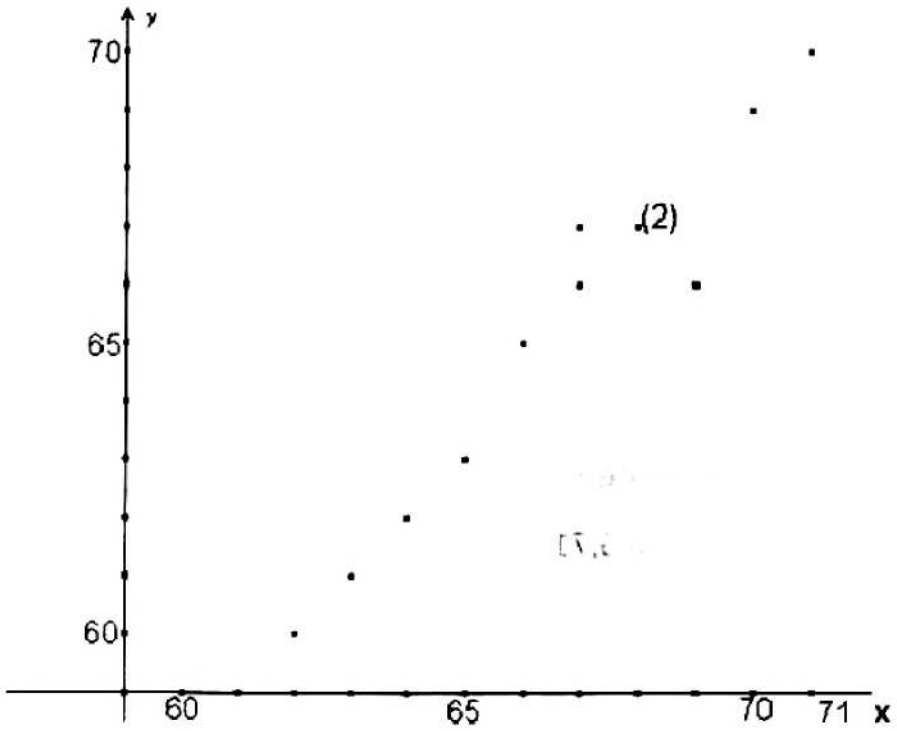
3. a. Pour les valeurs de a et c trouvées, tracer dans le repère précédent la fonction $f : t \mapsto D(t)$ pour $t \geq 0$

b. Le diamètre de la plante dépassera-t-il 8 cm ?

EX 1 :

1. Le nuage de point ne justifie pas la recherche d'un ajustement affine.
2. Le nuage de point justifie la recherche d'un ajustement affine.
3. Le nuage de point justifie la recherche d'un ajustement affine.
4. Le nuage de point ne justifie pas la recherche d'un ajustement affine.

EX 2 : 1.



X_1	65	63	67	64	68	62
Y_1	63	61	66	62	67	60

X_2	70	66	68	67	69	71
Y_2	69	65	67	67	66	70

2. $\overline{X_1} = 64,833333$ $\overline{X_2} = 68,5$

$\overline{Y_1} = 63,1666667$ $\overline{Y_2} = 67,333333$

$$a = \frac{\overline{Y_2} - \overline{Y_1}}{\overline{X_2} - \overline{X_1}} = \frac{67,33333 - 63,166667}{68,5 - 64,83333} \approx 1,13636$$

67,33333=a.68,5+b b=67,33333 - 1,13636 × 68,5≈-10,50757

D : y=1,13636.x -10,50757

3. X=77 y=1,13636.77 -10,50757=76,992

Conclusion : Le fils ainé d'un homme qui pèse 77Kg devrait avoir 77Kg

EX 3 :

1. Nuage de la série (X,Y) .
2. G(7,5 ; 6325,92857)
3.

X_1	1	2	3	4	5	6	7
Y_1	4425	4500	5099	5257	5344	5965	6177

$G_1(4;5252,42857)$

X_2	8	9	10	11	12	13	14
Y_2	6464	6819	7149	7444	7767	7964	8189

$G_2(11;7399,42857)$

$$a = \frac{7399,42857 - 5252,42857}{11-4} \approx 306,71428$$

5252,42857=a.4+b b=5252,42857 – 4.a≈ 4025,57142

D : y=306,71428.x + 4025,57142

4. Année 2010→x=21 y=306,71428×21 + 4025,57142≈10466,57

Conclusion :Le nombre des médecins estimés en 2010 est : 10467médecins

EX 4 : **(voir exercice résolu page 213)**

1. $a/\quad \overline{X} = 2,81 \qquad \sigma(X) \approx 0,924$
   $b/\quad \overline{Y} = 1,92 \qquad \sigma(Y) \approx 1,129$
2. a/ r≈0,618

   b/ on a : $|r| < \frac{\sqrt{3}}{2}$ donc un ajustement affine de la série (X, Y) n'est pas justifier

EX 5 :

1. a/ Nuage des points
   b/ r= - 0,96
   c/ D : y=-0,07.x+1,89
   d/ x=23→ y=a.23+b≈0,32

EX 6 :

1. Nuage des points
2. r≈0,896
3. D : y= 0,9.x+49,1
4. a/ x=35→y=0,9.35+49,1=80,6

   Une clinique possédant 35 lits doit embaucher 81 personnes

   b/ 81-60=21

EX 7 :

A/

Année	Rang (X)	Y	Z=Ln(Y)
1999	0	600	6,396
2000	1	690	6,537
2001	2	794	6,677
2002	3	913	6,817
2003	4	1045	6,952
2004	5	1207	7,096
2005	6	1380	7,230

1. a/ r=0,99997 $>\frac{\sqrt{3}}{2}$ Donc on peut réaliser un ajustement affine par la méthode des moindres carrés de la série (X, Z)

   Z=0,139.X +6,3976

   b/ 2006→X=7→Z=0,139.7 +6,3976≈7,371428565→Y=1590

   Une prévision du nombre d'adhérents en 2006 est : 1590 adhérents

2. On a Z=0,139.X +6,3976 Ln(Y)= 0,139.X +6,3976

   $Y = e^{0,139.X+6,3976} = e^{6,3976}.(e^{0,139})^X$

   $Y \approx 602 \times (1,15)^X$

B/

1. $\underset{n\to+\infty}{Lim} f(n) = \underset{n\to+\infty}{Lim} \frac{3600}{1+0,5e^{-n}} = \frac{3600}{1+0} = 3600$

2. a/

Année	2007	2008	2009	2010	2011
n	1	2	3	4	5
f(n)	3040	3372	3512	3567	3587

b/ M=3415,6

3.

$$\overline{f} = \frac{1}{5,5-0,5}\int_{0.5}^{5.5} \frac{3600}{1+0,5.e^{-x}}dx = \frac{1}{5}\int_{0.5}^{5.5} \frac{3600e^{x}}{e^{x}+0,5.}dx = \frac{3600}{5}\int_{0.5}^{5.5} \frac{e^{x}}{e^{x}+0,5.}dx$$

$$= 720.\left[Ln\left(e^{X}+0,5\right)\right]_{0.5}^{5.5}$$

≈720.(5,502 -0,765)≈3410,64

EX 8 :

1. a/ Nuage de points de la série (X,Y)
   b/ Un ajustement affine n'est pas justifier
2. a/ r≈0,7878
   b/ D : Y=0,3173 X -1,884
   c/ X=180→Y=0,3173 .180 -1,884≈55,235Kg
   La masse d'une jeune fille mesurant 180cm est estimé : 55,235Kg
3. a/ M= (180-100)- (180-130)/2 =55Kg
   b/ Le résultat de 2. c/ justifie la loi de Lorentz

EX 9 :

1. $\frac{12}{2} \neq \frac{20}{2,5}$ Donc les deux séries ne sont pas proportionnelles

2.

X	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7
Y	12	20	28	38	50	64	78	95	113	133	154
$Z=\sqrt{Y}$	$\sqrt{12}$	$\sqrt{20}$									

a/ Nuage des points de la série (X,Z)

b/ ρ_{XZ}=0,999945 est très proche de 1

Donc Z est presque proportionnelle à X on peut faire donc un très bon ajustement affine entre Z et X

c/ D : Z=1,8.X

d/ Nous savons que : Aire= $\pi.r^2 \Rightarrow Y=\pi.X^2 \Rightarrow Z=\sqrt{\pi}.X$

Z=1,8.X et Z= $\sqrt{\pi}.X \Rightarrow \pi \approx (1,8)^2 = 3,24$

EX 10 :

1. $\rho_{XY} \approx -0,9822$
2. $y = -0,3x + 226,5$
3. a/ $r(x) = y(x).x = (-0,3x + 226,5).x = (226,5 - 0,3x).x = -0,3.x^2 + 226,5.x$

   b/ $f(x) = -0,3.x^2 + 226,5.x \Rightarrow f'(x) = -0,6x + 226,5$

x	0		377,5		$+\infty$
f'(x)		+	0	-	
f(x)	0	↗	42751,875	↘	$-\infty$

Le prix de vente pour lequel la recette est maximale est 377,5 DT

La recette maximale est : 42751,875 DT

EX 11 :

A/ 1. r=0,989

2. a/ D : y=1,064.x +15,75

b/ Tracer la droite D

c/ 2008→x=33 →y=1,064x33+15,75=50,871⇒Une estimation de la population en 2008 à un millier prés est :51

B/ 1. $f(x)=a.e^{bx}$

$f(0)=18 \Rightarrow a=18$

$f(b)=50 \Rightarrow 18.e^{b.30}=50 \Rightarrow 30.b = \ln(\frac{50}{18}) \Rightarrow b \approx 0,034$

2. $18.e^{0,034.33} \approx 55,2778$⇒Une estimation de la population en 2008 à un millier prés est :55

3. Courbe de f sur le même graphique

4. L'ajustement par la fonction exponentielle est plus pertinent.

Puisqu'il a donner une estimation plus proche de la réalité(en plus l'allure de la nuage permet de conclure que l'ajustement exponentielle est plus pertinent que l'ajustement affine)

C/ 1. $f(x)= 18.e^{0,034.x}$

$$\overline{f} = \frac{1}{30}.\int_0^{30} 18.e^{0.034.x}dx = \frac{18}{30}\left[\frac{1}{0,034}e^{0,034.x}\right]_0^{30} \approx 31,29158824 \approx 31,3$$

2 . Lecture graphique→X=16,2→L'Année 1991

EX 12 :

A/ 1. Nuage de points de (T,P)

2. a/ $\rho_{TY}\approx 0,999$

b/ y=0,021.t+2,081

c/ $y=0,021.t+2,081 \Rightarrow Ln(P)= 0,021.t+2,081 \Rightarrow P=e^{0,021.t+2,081} = e^{2,081}.e^{0,021.t}$

$$\Rightarrow P= 8.e^{0,021.t}$$

B/ $f(t)= 8.e^{0,02.t}$ sur [0,35]

1. $f'(t)= 0,16.e^{0,02.t} >0$ sur [0,35]

t	0	35
f'(t)	+	
f(t)	8 →	f(35)≈16,11

3. a/

$$I = \int_0^{35} f(t)dt = \int_0^{35} 8.e^{0,02.t}dt = \left[400.e^{0,02.t}\right]_0^{35} = 400.\left(e^{0.7}-1\right) \approx 405,50$$

b/ $m= \frac{1}{35-0}.I = \frac{405,5}{35} \approx 11,586$

4. $$\frac{f(t+1)-f(t)}{f(t)} = \frac{8.e^{0.02(t+1)}-8.e^{0.02t}}{8.e^{0.02t}} = \frac{8.e^{0.02t}.(e^{0.02}-1)}{8.e^{0.02t}} = e^{0.02}-1 \approx 0,02$$

Interprétation en terme de pourcentage : Le tau d'accroissement de la population est :2%

5. $f(t)>19 \Leftrightarrow 8.e^{0,02.t} > 19 \Leftrightarrow 0,02.t > Ln(19/8)$

$\Leftrightarrow t > 50.[Ln(19)-Ln(8)] \approx 43,25$

La population aurait dépassé les 19 millions d'habitants en 2009

EX 15 :

1. Nuage de points
2.

T	0	2	6	8	10	12
D	0,4	1,2	5,4	5 ,8	6,4	6,9
U	Ln(19)	Ln(17/3)	Ln(13/27)	Ln(11/27)	Ln(1/4)	Ln(11/69)

a/ $\rho_{TU} \approx -0,9679$

b/ $u = -0,39974.t + 2,503$

c/

$$U = Ln\left(\frac{8}{D}-1\right) \Leftrightarrow \frac{8}{D}-1 = e^{U} \Leftrightarrow \frac{8}{D} = 1+e^{U}$$

$$\Leftrightarrow D = \frac{8}{1+e^{U}} = \frac{8}{1+e^{-0,399.t+2,503}} = \frac{8}{1+e^{2,503}.e^{-0,399t}}$$

$$\Leftrightarrow D = \frac{8}{1+c.e^{-a.t}} \qquad avec \quad c = e^{2,503} \ et \ a = 0,399$$

3. a/

b/ $\lim\limits_{t \to +\infty} D(t) = \frac{8}{1+0} = 8$

Donc le diamètre de la plante ne dépassera pas 8cm